

Colp. Totid. XVI/09. - 23/10/2008

Titolo nota

23/10/2008

7. Tombola "ristretta". Si consideri un tabellone di una tombola composto da soli 15 numeri

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

e un sacchetto dei numeri composto dai corrispondenti 15 numeri. Da questo sacchetto si estraggono (in blocco) 3 numeri. Qual è la probabilità di

- ottenere un terno sulla prima fila

con probabilità: estrazione in blocco
di 3 elementi su 15 : $C_{15,3} = \binom{15}{3}$

$$\binom{15}{3} = \frac{5 \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{14} \cdot \cancel{13} \cdot \cancel{12} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5 \cdot 7 \cdot 13 = 455$$

C. Fav.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

3 numeri
vengono da
questo gruppo

$$C.f. \left(\binom{5}{3} \right) = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$Prob(\text{Fav. primo fila}) = \frac{C.fav.}{C(poss)} = \frac{10}{455} \approx 0.022$$

- ottenere un terno su qualsiasi fila

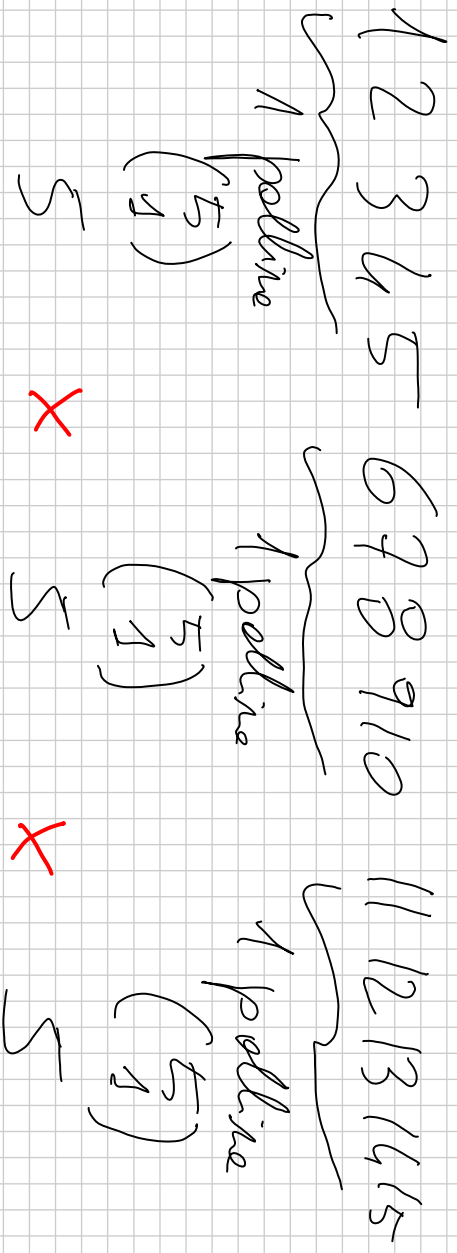
C far = ottenuta 1° fila o att. tens sulla 2°

o att. tens sulla 3° fila =

$$= 10 + 10 + 10 = 30$$

$$P(\text{tens}) = \frac{\cancel{30}6}{\cancel{455}91} = 0.06593$$

- pescare tre numeri corrispondenti a 3 file diverse



$$P(\text{3 file diverse}) = \frac{\cancel{125}25}{\cancel{455}91} = 0.274$$

- ottenere un ambo nella prima fila

12 345

2 pte

$$\binom{5}{2}$$

6789101112131415

1 pte

$$\binom{10}{1}$$

X

$$\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

X

10

$$P_{\text{amb}}(\text{ambos 1.º file}) = \frac{100}{455} \approx 0.219$$

- ottenere un ambo su qualsiasi fila

$$\text{ambos} = (\text{ambos 1.º file}) \cup (\text{ambos 2.º file}) \cup (\text{ambos 3.º})$$

$$c. \text{for} = 100 + 100 + 100 = 300$$

$$P(\text{ambos}) = \frac{300}{455} \approx 0.6593$$

A. Et enok. van ernti:

$$P(\text{ambos}) = 3 P(\text{ambos 1.º file}) = 3 \cdot \frac{100}{455} = \frac{300}{455}$$

8. Vengono estratte 3 palline in blocco (senza rimpiazzo) da una scatola contenente 20 palline: 5 rosse, 5 gialle, 5 blu e 5 nere. Calcolare le probabilità dei seguenti eventi

- A = le tre palline estratte sono rosse;

C. pass.: estrazione di 3 sferule in blocco

$$\begin{aligned}
 \text{da } 20 \cdot C_{20,3} &= \binom{20}{3} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \cancel{17!}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1!}} \\
 &= 20 \cdot 19 \cdot 3
 \end{aligned}$$

C. fav

$$\underbrace{00000}_{\substack{\text{3 do quest} \\ \text{gruppo}}} 00000000000000000000$$

C. fav $C_{5,3} = \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{2}}{2} = 10$

$$P(A) = \frac{C_{\text{fav}}}{C_{\text{pos}}} = \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{2}}{\cancel{20} \cdot 19 \cdot 3} = \frac{1}{114} \approx 0.008$$

- B = le tre palline estratte sono dello stesso colore;

$$P(B) = P(3 \text{ rosse} \cup 3 \text{ gialle} \cup 3 \text{ blu} \cup 3 \text{ nere})$$

\nwarrow in un pak. \nearrow

$$\begin{aligned}
 &= P(3 \text{ verde}) + P(3 \text{ giallo}) + P(3 \text{ blu}) + P(3 \text{ nero}) \\
 &= 4 P(3 \text{ verde}) = 4 P(4) = 4 \cdot \frac{1}{114} = 20.035
 \end{aligned}$$

- C = le tre palline estratte sono tutte di colore diverso.

firma i colori: Numero il nero



$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

Vario i colori: 2. per lo il negro numero X

per ogni colore numero: 4

C. per: 4 X 125

$$P(3 \text{ colori diversi}) = \frac{4 \cdot \cancel{125} \cdot 25}{\cancel{20} \cdot 19 \cdot 3} = \frac{25}{57} \approx 0.43$$

9. Si pongono a caso tre palline in due cassette, una rossa ed una blu.
Calcolare le probabilità dei seguenti eventi:

A: due palline in un cassetto e una pallina in un altro;

B: tutte le palline in un cassetto;

Sporo con bianco: 2. fuori: one
parigibile al lancio di 3 Monete

1° pallino $\begin{matrix} R \\ B \end{matrix}$ 2° pallino $\begin{matrix} R \\ B \end{matrix}$ 3° pallino $\begin{matrix} R \\ B \end{matrix}$

S = $\{(RRR), (RRR), (RRR), (RRR)\}$
 $\{(BRR), (BRB), (BBR), (BBB)\}$

A = $\{(RRB), (RBR), (RBR), (RBR)\}$
 $\{(BRB), (BRB)\}$

$$P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

B = $\{(BBB), (RRR)\}$ $P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

oppo-ora $P(A) + P(B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

A, B disjoint $\{A, B\}$ one uno
A \cup B = S $\{A, B\}$ one uno

$$1 = P(S) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

11. Un'urna contiene 30 palline: metà rosse e numerate da 1 a 15 e metà nere e numerate da 1 a 15. Vengono estratte a caso 4 palline. Qual è la probabilità che (a) le palline estratte non presentino numeri uguali;

C. per: estrazione in bianco di 4
elementi su 30

$$C_{\text{poss}} = C_{30,4} = \frac{\overset{5}{30} \cdot \overset{7}{29} \cdot \overset{27}{28} \cdot \overset{26}{27}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5 \cdot 29 \cdot 7 \cdot 27$$

C. per: Camp. Urna

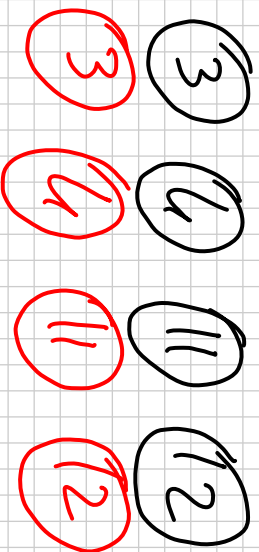
- ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮
- ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮

C. per: 4 numeri diversi (colori qualsiasi)

semp i numeri: semp 4 numeri diversi su 15

$$C_{15,4} = \frac{\overset{15}{15} \cdot \overset{14}{14} \cdot \overset{13}{13} \cdot \overset{12}{12}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 15 \cdot 7 \cdot 13$$

Una volta scelta i numeri, verifichi i colori
 od es. 3, 4, 11, 12



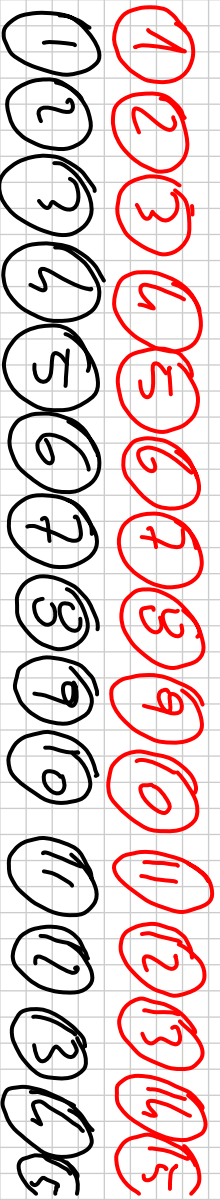
#baci $2 \times 2 \times 2 \times 2$

c. fac = 15. 7. 13. 2. 2. 2. 2

$$P_{\text{baci}}(4 \text{ numeri diversi}) = \frac{c. \text{ fac}}{c. \text{ pos}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 29 \cdot 7 \cdot 27} = \frac{624}{733} \approx 0.851$$

(b) si ottenga esattamente un paio di palline con il numero uguale;



Seleg i Numer.

$C \subset X \setminus Y$

Coppie Numeri

"operiale."

$$= \frac{156}{783} \approx 0.1992$$

c)

si ottengono 2 paia di palline con gli stessi numeri.

$$\text{Nella i numeri: } \binom{15}{2} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 15 \cdot 7$$

Una volta nella i numeri: non possono
semplici i colori.

(7) (9)
(7) (9)

$$\begin{aligned} \text{Pids (2 coppie)} &= \frac{c \cdot \cancel{15} \cdot 3}{c \cdot \cancel{15} \cdot 3} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{15} \cdot 3}{\cancel{5} \cdot \cancel{29} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{27}} \\ &= \frac{3}{783} \approx 0.0038. \end{aligned}$$

Observation: $P(a) + P(b) + P(c) =$

$$= \frac{674}{783} + \frac{156}{783} + \frac{3}{783} = \frac{783}{783} = 1$$

Non è accidentale perché
 $(\emptyset), (1), (2), (3)$ non sono
 partizioni delle parti con principio

13. Si considerano 7 antenne, 3 delle quali sono difettose e 4 funzionanti.
 Le antenne sono disposte una a fianco dell'altra.

(a) Supponendo che le antenne funzionanti siano indistinguibili fra di loro, e allo stesso modo le antenne difettose siano indistinguibili, in quanti modi si possono disporre le antenne?

1 = antenne funzionanti (4)
 0 = " difettose (3)

1100110
 0001111
 0101011...

permut 7 oggetti: \leftarrow 4 indistinguibili (1)
 3 indist. (\emptyset)

$$\# : \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4}!}{\cancel{4}! \cancel{3} \cdot \cancel{2}} = 35$$

(b) Supponendo che ogni ordinamento delle antenne abbia eguale probabilità, qual è la probabilità che l'antenna collocata più a sinistra sia difettosa?

$$C_{\text{pos}} = 35 \text{ (vedi punto a).}$$

$$C_{\text{fav}}: \quad O \quad X \quad X \quad X \quad X \quad X$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$ a stars $\underbrace{\hspace{10em}}$ 4 funz (1)

2 defett (0)

4 insal (1)

C. fav permutazioni di 6 oggetti $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ insal (1)} \\ 2 \text{ insal (0)} \end{array} \right.$

$$C_{\text{fav}} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{3 \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2} = 15$$

$$P_{\text{pos}}(b) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

(c) Sotto le stesse ipotesi, qual è la probabilità che ai due estremi (destra e sinistra) ci siano antenne funzionanti?

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & X & X & X & X & X & 1 & C_{\text{fav}} = \frac{5!}{2!3!} \\ & \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & \\ & 2 \text{ funz } 1 & & & & & & \\ & 3 \text{ def } 0 & & & & & & = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \end{array}$$

$$P_{\text{ads}}(c) = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

(d) Il sistema è efficiente se due (o più) antenne difettose **non** sono posizionate consecutivamente (ovvero ogni antenna difettosa ha delle antenne funzionanti vicine). Sotto l'ipotesi di equiprobabilità degli ordinamenti delle antenne, qual è la probabilità che il sistema sia efficiente? E che non lo sia?

Verbo esempio visto e letto

$N =$ antenne totali

$M =$ antenne difettose

sistem. partizionate: $(M - M + 1) \binom{N}{M}$

Anal. cas. partizionate

$$M = 7 \quad m = 3 \quad (M - M + 1) \binom{N}{M} =$$

$$= (7 - 3 + 1) \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$P_{\text{ads}}(d) = \frac{c \cdot \text{for}}{c \cdot \text{pers}} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$