Esercizi del corso di calcolo delle probabilità
foglio 6 - DEFINITIVO
a.a. 2008-2009 – 9/12/2008
Docente: Marco Dall'Aglio

1. La Magna Charter è una nuova società nata per offrire ai manager un servizio di aerotaxi nell'area sudorientale degli Stati Uniti. Vi è un 40% di probabilità che la domanda nel primo anno sia bassa. In questo caso c'è il 60% di probabilità che rimanga tale nel corso degli anni successivi. D'altra parte, se la domanda all'inizio è elevata, la probabilità che rimanga tale anche in seguito è dell'80%.

   Il problema immediato consiste nel decidere quale aereo acquistare. Un aereo a turboelica nuovo costa di più, ma ha una capacità più elevata. I ricavi dipendenti dalla domanda nel primo anno e negli anni successivi sono dati (in migliaia di dollari) da

		Anni succ.	
		Bassa	Alta
Anno 1	Bassa	-492	298
	Alta	-280	460

   Uno usato a pistoni costa di meno, ma ha capienza inferiore ed è soggetto a maggiore obsolescenza. I ricavi in questo caso sono dati (in migliaia di dollari) da:

		Anni succ.	
		Bassa	Alta
Anno 1	Bassa	-148	-28
	Alta	-85	208

   In questo caso però, una volta comprato l'aereo a pistoni, se la domanda nel primo anno è alta, si può decidere di acquistare un'altro aereo dello stesso tipo. Se la domanda negli anni successivi rimane alta il ricavo sarà di 442 (mila) dollari, se diventa basso sarà di -258 (mila) dollari.

   Disegnare l'albero di decisione e trovare l'esito della procedura rollback utilizzando il valore atteso.

2. La ditta Xanadu importa in U.S.A. delle grandi quantità di silicio per micro processori dalla Zeldonia. Può decidere se acquistare subito 1000 tonnellate di silicio al prezzo di 5000 $ alla tonnellata. Conta di rivendere tale materiale a 8000 $ per tonnellata. Tuttavia il governo U.S.A. sta pensando di imporre un embargo sull'importazione di prodotti dalla Zeldonia se i negoziati in corso fra i due paesi vanno male. Tale eventualità è valutata con una probabilità del 50%. Nel caso di embargo la Xanadu dovrà comunque pagare 1000 $ per ogni tonnellata che si era impegnata ad acquistare.

Nel caso Xanadu non abbia acquistato subito il materiale, può sempre aspettare l'esito dei negoziati ed acquistare il silicio solo nel caso non venga decretato l'embargo. In tal caso però c'è il rischio, valutato al 70% che un importatore più grande abbia già acquistato il metallo. In tal caso l'affare da parte della Xanadu sfuma.

(a) Disegnare l'albero di decisione e trovare l'esito della procedura rollback utilizzando il valore atteso;

(b) Cambia l'esito se si considera la seguente funzione di utlità al posto dei pagamenti monetari?

$$u(x) = 3x - \frac{x^2}{2}$$

dove x è il pagamento in milioni di dollari.

3. Il signor Posta deve fare spedire un pacco dall'altra parte della città. Può recapitarlo lui stesso a costo nullo prendendo l'autobus. Tuttavia l'autobus può accumulare con probabilità 0.2 un ritardo che renderebbe inutile la consegna. Se il pacco è recapitato in tempo il signor Posta ottiene un profitto netto di 30 euro, altrimenti subisce una perdita netta di 60 euro. In alternativa il signor Posta può affidarsi a due ditte di spedizioni. Per la ditta A il costo della spedizione è di 10 euro. In questo caso la probabilità di ritardo diminuisce a 0.1. Inoltre il signor Posta riceve un indennizzo di 30 euro nel caso di ritardo. La ditta B, ad un costo di 5 euro, offre il servizio di spedizione con la stessa probabilità di recapitare il pacco in tempo della ditta A. In questo caso il rimborso in caso di ritardo è di soli 8 euro.

   (a) Disegnare l'albero di decisione;

   (b) Qual è la decisione conveniente al signor Posta, nel caso egli sia neutrale al rischio e consideri il valore atteso come equivalente certo degli eventi aleatori?

   (c) Cambia la decisione del sig. Posta se è avverso al rischio e la sua utilità per i pagamenti monetari è descritta dalla seguente funzione

$$u(x) = \sqrt{\frac{x+60}{90}} \ ?$$

   (d) In questo caso calcolare il premio di rischio+

4. Due compagnie petrolifere, Pennzoil e Texaco, sono protagoniste di una controversia giudiziaria. In particolare la Pennzoil ha intentato una causa contro la Texaco. La Texaco cerca di risolvere il contenzioso in ambito extragiudiziario, pagando un indennizzo alla Pennzoil. L'amministratore delegato della Pennzoil ha diverse opzioni a disposizione:

- la Texaco formula un offerta di due mld. (miliardi) di dollari. La Pennzoil può decidere se accettare oppure formulare una controproposta richiedendo alla Texaco 5 mld. di dollari.
- Nel caso la Pennzoil rifiuti l'offerta, la Texaco ha tre possibilità:
  (a) la Texaco accetta la controproposta (probabilità di questo evento 0.17)
  (b) la Texaco decide di affrontare il processo (probabilità = 0.5)
  (c) la Texaco formula una nuova proposta e offre 3 mld. di dollari (probabilità = 0.33)
- Se la Texaco formula la nuova proposta, la Pennzoil deve decidere se accettare i 3 mld. di dollari, oppure affrontare il processo
- Nel caso si celebri il processo, la corte assegnera alla Pennzoil un pagamento di
  - 10.3 mld. di dollari con probabilità 0.2
  - 5 mld. di dollari con probabilità 0.5
  - nessun pagamento con probabilità 0.3

Disegnare l'albero di decisione corrispondente al testo e risolvere il problema decisionale considerando un decisore neutrale al rischio.

5. Stan Stellar, sta cercando di decidere se vendere il suo lotto di 1000 azioni della compagnia ADZ ora al pezzo di 10 euro ciascuna o se aspettare altre 2 settimane. Stima che fra due settimane il prezzo della azione segua la seguente distribuzione

prezzo	9	10	11	12
prob.	0.3	0.3	0.2	0.2

Stan deve scegliere fra le seguenti opzioni

- vendere subito le azioni realizzando un ricavo di 10×1000 euro;
- vendere le 1000 azioni fra due settimane al prezzo aleatorio indicato sopra;
- oppure Stan acquista per 500 euro un'opzione che gli permette, qualunque sia il prezzo fra due settimane (determinato secondo la tabella soprastante), di vendere al massimo fra il prezzo che si determinerà fra due settimane e il prezzo attuale di 10 euro.

(a) Cosa conviene fare a Stan se risulta essere neutrale al rischio ed utilizza il valore atteso per risolvere l'incertezza?

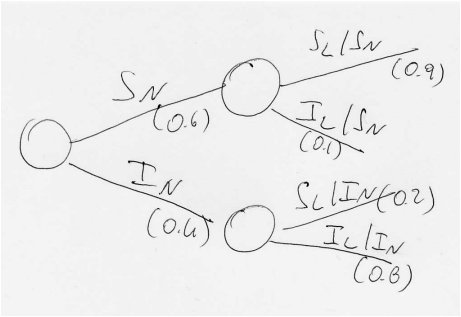
(b) Cambia la sua decisione se riulta essere avverso al rischio secondo la seguente funzione di utilità

$$u(x) = \sqrt{\frac{x - 9000}{3000}}\ ?$$

Calcolare il corrispondente premio di rischio.

6. La ditta Oleo deve decidere se mettere in commercio un nuovo tipo di deodorante per auto. Ha disposizione tre alternative

   - Può rinunciare al lancio, con un bilancio nullo;
   - può lanciare il prodotto a livello nazionale. Il prodotto avrà successo (S_N) con probabilità 0.6 ed un guadagno di 200 (mila) euro ed insuccesso (I_N) con probabilità 0.4 ed una perdita di 100 (mila) euro.
   - Ad un costo di 10 (mila) euro può lanciare il prodotto a livello locale e questo può dare luogo ad un successo locale (S_L) od un insuccesso locale (I_L). Qualunque sia l'esito, la ditta può decidere se lanciare il prodotto a livello nazionale o rinunciarvi. Nel primo caso si può avere un successo od un insuccesso a livello nazionale. I guadagni e le perdite sono le stesse delle scelte nei punti superiori (ma bisogna tenere conto del costo dell'indagine). Le probabilità possono essere ricavate dal seguente albero ristretto:



   (a) Disegnare l'albero di decisione corrispondente al testo e risolvere il problema di decisione mediante procedura rollback, considerando che la ditta è neutrale al rischio;

   (b) calcolare il valore dell'indagine locale (preliminare).

7. (Esercizio preliminare al seguente) Reggie Pomfret, presidente della General SpA deve decidere se la divisione Cosmetici introdurrà un nuovo prodotto, il Balsamo Prom. La domanda per questo prodotto può essere forte (F) o debole (D). Tali esiti sono valutati da Reggie con le seguenti probabilità

evento	debole	forte
probabilità	0.4	0.6

(1)

   Reggie può cercare di conoscere meglio l'andamento della domanda mediante un indagine preliminare di mercato. Tale indagine può avere esito favorevole (V) o sfavorevole (S). Reggie sa che nel caso la domanda sia forte è 0.7 la probabilità che l'indagine sia favorevole (e 0.3 che sia sfavorevole), mentre nel caso la domanda sia debole la risposta sarà sfavorevole con probabilità 0.9 (e sarà favorevole con probabilità 0.1).

(a) Calcolare la probabilità che l'esito dell'indagine sia favorevole ($P(V)$) oppure sfavorevole ($P(S)$);

(b) Una volta noto l'esito dell'esame, calcolare la probabilità che la domanda sia forte o debole, ovvero calcolare $P(F|V)$, $P(D|V)$, $P(F|S)$ e $P(D|S)$.

8. (Continua l'esercizio precedente) Per decidere se lanciare il Balsamo Prom, Reggie ha tre opzioni a disposizione:

A — non fare nulla. In questo caso il profitto è nullo.

B — lanciare il prodotto. In questo caso il profitto netto dipende da alcuni fattori.

(a) In primo luogo dalla domanda che ha la distribuzione di probabilità già vista nella tabella (1).

(b) Successivamente si osserva il costo unitario di produzione con la seguente distribuzione

c.unitario	basso	medio	alto
probabilità	0.2	0.3	0.5

(c) Il costo untario è indipendente dalla domanda: la stessa distribuzione si verifica per entrambi gli esiti della domanda. Il profitto in milioni di sterline in corrispondenza degli esiti aleatori delle variabili sopra descritte è il seguente

		c.unitario		
		basso	medio	alto
mercato	forte	8	5	2
	debole	2	-2	-4

(2)

C — Eseguire una indagine preliminare al costo di 20000 sterline (ovvero 0.02 milioni di sterline). La dinamica è la seguente:

(a) L'indagine può avere gli esiti "favorevole" o "sfavorevole" con le probabilità già calcolate nell'esercizio precedente;

(b) Qualunque sia l'esito, Reggie decide se lanciare o non lanciare il prodotto. Se non lancia il prodotto la procedura termina con il solo costo dell'indagine, altrimenti si passa al punto successivo;

(c) Reggie osserva se la domanda è forte o debole. Le probabilità dipendono dall'esito dell'indagine preliminare e sono state calcolate nell'esercizio 2. Se la domanda è forte il profitto è di 4.1 milioni di sterline meno i costi dell'indagine, altrimenti con domanda debole si ha una perdita (profitto negativo) di 2.2 milioni di sterline. A tale perdita bisogna aggiungere i costi dell'indagine.

(a) Cosa conviene fare a Reggie, se è neutrale al rischio?

(b) Qual è il valore dell'indagine preliminare?